**Bellsche Ungleichung**

Wenn die [**Kopenhagener Deutung der Quantenmechanik**](https://www.philoclopedia.de/einzeldisziplinen/quantenmechanik/kopenhagener-interpretation-der-quantenmechanik/) wahr ist, werden die dem Experimentator unbekannten Teilcheneigenschaften erst zum Zeitpunkt der [Messung](https://www.philoclopedia.de/einzeldisziplinen/quantenmechanik/messproblem/) festgelegt. Wenn jetzt die Messung an zwei räumlich entfernten Teilchen, die aber in ihren Eigenschaften z.B. durch [Erhaltungssätze](https://www.philoclopedia.de/einzeldisziplinen/physik/erhaltungss%C3%A4tze/) streng miteinander [verschränkt](https://www.philoclopedia.de/einzeldisziplinen/quantenmechanik/quantenverschr%C3%A4nkung/) sind, gleichzeitig stattfindet, wie soll dann das Messergebnis an dem einen Teilchen rechtzeitig vor der Messung bei dem anderen Teilchen eintreffen? **Albert Einstein, Boris Podolsky und Nathan Rosen** vermuteten, dass Irgend etwas in den Teilchen bereits die Informationen enthalten müsse, die bei der Messung nicht festgelegt, sondern bloß erkannt wird.

Die Kopenhagener Deutung behauptet also, dass die Unkenntnis des Experimentators vor der Messung auf **ontologische Gründe** (die Teilcheneigenschaften sind noch nicht festgelegt) zurückgeht. während EPR dem entgegengehalten haben, dass es nur **epistemologische** Gründe seien (der Experimentator kennt die Teilcheneigenschaften schlichtweg noch nicht).

EPR vermuteten die Existenz **verborgener Variablen**, die die Eigenschaften eines Teilchens bereits vor der Messung festlegen. Da diese Variablen in der Quantenmechanik nicht enthalten sind, müsse es sich bei ihr um eine **unvollständige Theorie** handeln. Um diesen Standpunkt zu untermauern, stellten EPR ein Gedankenexperiment zur Diskussion, mit der sie die Unvollständigkeit der Quantentheorie für eine Naturbeschreibung zeigen wollten. In seiner originalen Fassung wurde dieses Experiment niemals realisiert, aber [John Bell](https://de.wikipedia.org/wiki/John_Stewart_Bell) hat in den 60er Jahren eine andere Variante vorgeschlagen, mit deren Ergebnis einige offen gebliebene Fragen beantwortet werden konnten. Heute trägt die (Un)Gleichung für die Bewertung der Folgen des Experiments seinen Namen: **Bellsche Ungleichung**.

John Bell (Bildurheberrechte: CERN)

John Bell hatte die Idee, das [**Experiment**](https://www.philoclopedia.de/was-kann-ich-wissen/wissenschaftsphilosophie/experiment/) durch Messung des Spins an Teilchenpaaren durchzuführen. Der Spin eines Teilchens ist eine richtungsabhängige Größe, der für Teilchen nur feste Werte annehmen kann. Misst man den Spin desselben Teilchens an einer anderen Stelle unter einem anderen Winkel, dann hängt der Erwartungswert des Messwertes am zweiten Ort vom Winkel zwischen beiden Messrichtungen ab. – Nur der Erwartungswert, denn der Spin kann, wie bereits erwähnt, nur feste Werte annehmen. Man muss das Experiment also viele Male wiederholen, um die theoretische Vorhersage zu bestätigen.

In Bells Experiment wird ein Teilchenpaar erzeugt, dessen beide Teilchen in verschiedene Richtungen davonfliegen und getrennt voneinander analysiert werden können. **Wenn man jetzt die zweite Messung, anstelle am ersten Teilchen, an einem zweiten Ort an dem zweiten Teilchen durchführt, dann müssen beide Messergebnisse ebenfalls miteinander korreliert sein, denn für den Spin gilt, genauso wie für viele andere Größen, ein Erhaltungssatz**. Misst man den Spin am zweiten Teilchen in derselben Richtung wie am ersten, dann erhält man genau den entgegengesetzten Wert, denn der Gesamtspin des Teilchenpaares muss Null ergeben, weil der Gesamtspin vor der Teilung des Paares ebenfalls null war. Misst man in einer anderen Richtung, dann muss sich eine Winkelabhängigkeit ergeben.

Bells Idee um herauszufinden, ob es die verborgenen Variablen gibt, war: **Gibt es die verborgene Variable, die den Spin bereits vor der Messung festlegt, dann sind die beiden Messergebnisse über jeweils den vorbestimmten, aber unbekannten Winkel der verborgenen Variablen korreliert**. **Gibt es keine verborgenen Variablen, dann sind sie mit dem Winkel zwischen den beiden Messrichtungen korreliert**.

So liefert eine einfache geometrische Überlegung eine unterschiedliche Vorhersage für beide Theorien. Wenn die Kopenhagener Deutung der Quantenmechanik wahr ist, ist ein anderes Ergebnis zu erwarten, als wenn EPR Recht haben. Die Versuchsergebnisse waren eindeutig: **Es gibt keine verborgenen Variablen, die Kopenhagener Deutung ist wahr und EPR lagen im Unrecht**. **Die Quantenmechanik ist doch eine vollständige Theorie,** denn das Messergebnis am ersten Teilchen bestimmt instantan (ohne Zeitverzögerung!) den Erwartungswert des Messwertes am zweiten Teilchen. In diesem Fall behielt Albert Einstein also Unrecht, die Quantenphysik liefert eine vollständige Beschreibung der Naturphänomene, die von ihr beschrieben werden. (Das ist eine gewollte Tautologie im letzten Satz!).

Dadurch stellt die Quantenmechanik drei Prinzipien der Natur in Frage, die bis dato als unumstößlich galten:

* [**Den Satz vom zureichenden Grund**](https://www.philoclopedia.de/2018/03/10/der-satz-vom-zureichenden-grund/)
* [**Lokalität**](https://www.philoclopedia.de/einzeldisziplinen/quantenmechanik/quantenverschr%C3%A4nkung/)
* [**Realität**](https://www.philoclopedia.de/was-kann-ich-wissen/wahrnehmung-wirklichkeit/realit%C3%A4t/)

[**Der Satz vom zureichenden Grund**](https://www.philoclopedia.de/2018/03/10/der-satz-vom-zureichenden-grund/) wird durch die [Heisenbergsche Unschärferelation](https://www.philoclopedia.de/einzeldisziplinen/quantenmechanik/heisenbergsche-unsch%C3%A4rferelation/%22%20%5Co%20%22Heisenbergsche%20Unsch%C3%A4rferelation) "beerdigt". Frei nach [Aristoteles](https://www.philoclopedia.de/blogeintr%C3%A4ge/aristoteles/) besagt er, dass alles, was zu existieren beginnt, eine hinreichende Ursache haben muss. Dieses Prinzip scheint nicht für die Quantenmechanik zu gelten: Ein Radium hat beispielsweise eine Halbwertszeit von 1602 Jahren, d.h. von einer bestimmten Menge von Radiumatomen wird in dieser Zeit die Hälfte zerfallen sein. Aber von einem einzelnen Radiumatom können wir nicht nur nicht sagen, wann genau es zerfallen wird; dies ist nach der Kopenhagener Deutung vielmehr objektiv unbestimmt bzw. [zufällig](https://www.philoclopedia.de/was-kann-ich-wissen/naturphilosophie/zufall/). Das metastabile Nuklid Cobalt-53m zerfällt bzw. in aller Regel in einem ß+-Zerfall in das Nuklid Ferrum-53, ein Positron und ein Neutrino; in einigen wenigen Fällen (1,5%) findet jedoch eine Protonenemission statt und das Nuklid zerfällt unter Aussendung eines Protons in das Nuklid Ferrum-52:



**Wenn im ersten Fall ein** [**Positron**](https://www.philoclopedia.de/einzeldisziplinen/teilchenphysik/antiteilchen/) **entsteht, gibt es für die Existenz dieses Teilchens keinen *zureichenden* Grund**. Der Grund für die Existenz des Positron ist ja das Nuklid Cobalt-53m, das hätte jedoch auch Eisennuklid übergehen und nie ein Positron hervorbringen können. Das Existieren des Positrons war durch das Atom also [möglich](https://www.philoclopedia.de/was-kann-ich-wissen/metaphysik/m%C3%B6glichkeit/) und sogar [wahrscheinlich](https://www.philoclopedia.de/einzeldisziplinen/mathematik/wahrscheinlichkeitstheorie/), aber nicht [notwendig](https://www.philoclopedia.de/was-kann-ich-wissen/metaphysik/notwendigkeit-und-kontingenz/).

Die **Lokalität** wird dadurch infrage gestellt, dass die beiden verschränkten Teilchen in Bells Experiment offenbar keine Zeit benötigen, um sich über ihr korreliertes Ergebnis zu „verständigen“. Das widerspricht scheinbar der [Speziellen Relativitätstheorie](https://www.philoclopedia.de/einzeldisziplinen/relativit%C3%A4tstheorie/spezielle-relativit%C3%A4tstheorie/), nach der [nichts schneller als Licht sein kann](https://www.philoclopedia.de/einzeldisziplinen/relativit%C3%A4tstheorie/lichtkonstante/). Man muss aber beachten, dass dadurch keine Informationsübertragung stattfinden kann, denn das Ergebnis am ersten Teilchen ist rein zufällig. Die Korrelation kann man erst nutzen, wenn die Information über die Messung an dem einen Teilchen beim jeweils anderen eintrifft – maximal mit Lichtgeschwindigkeit. Man könnte die Lokalität noch durch die Temporalität ergänzen, denn die Messungen an dem anderen Teilchen könnten ja nicht nur an einem anderen Ort, sondern auch zu einem anderen Zeitpunkt stattfinden (in der Vergangenheit oder in der Zukunft) und wären stets mit der aktuellen Messung am ersten Teilchen korreliert – für einen Beobachter beider Messungen.

Der **Realitätsbegriff** wird durch die Nichtexistenz der verborgenen Variablen problematisiert. Die Kopenhagener Deutung führt folgerichtig zur Schlussfolgerung, dass man eine beobachterunabhängige Realität nicht voraussetzen kann. (Einsteins berühmte Frage: Existiert der Mond nur, wenn wir hinsehen? Oder [Schrödingers Katze](https://www.philoclopedia.de/2018/08/16/schr%C3%B6dingers-katze/%22%20%5Co%20%22Schr%C3%B6dingers%20Katze)) Die Aussage, dass natürlich Teilchen auch ohne unsere Anwesenheit miteinander wechselwirken, ändert daran – an unserem ausgezeichneten Standort als Beobachter – prinzipiell nichts. Die beiden anderen bekannten Deutungen der Quantenmechanik (die Bohmsche Mechanik und die [Everettsche Viele-Welten-Interpretation](https://www.philoclopedia.de/einzeldisziplinen/quantenmechanik/viele-welten-interpretation/%22%20%5Co%20%22Viele-Welten-Interpretation)) verbessern die Situation nicht wirklich, denn z.B. Everetts Theorie erfordert die Annahme von abermyriaden unbeobachtbaren Welten.